(1)
$$A=2x^2+(3y-4)x-(2y^2-7y+6)$$
$$=2x^2+(3y-4)x-(y-2)(2y-3)$$
$$=\{x+(2y-3)\}\{2x-(y-2)\}$$
$$=(x+\underline{2}\,y-\underline{3})(\underline{2}\,x-y+\underline{2})\ \cdots\boxed{ア, イ, ウ, エ}$$

ここで
$$y=\frac{2\left(2+\sqrt{2}\right)}{\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)}=2+\sqrt{2}$$
であるから
$$x+2y-3=\frac{1}{3}+2(2+\sqrt{2})-3=\frac{4}{3}+2\sqrt{2}=\frac{2(2+3\sqrt{2})}{3}$$
$$2x-y+2=\frac{2}{3}-(2+\sqrt{2})+2=\frac{2}{3}-\sqrt{2}=\frac{2-3\sqrt{2}}{3}$$
であるから
$$A=\frac{2(2+3\sqrt{2})}{3}\cdot\frac{2-3\sqrt{2}}{3}=\frac{2(4-18)}{9}=\frac{-28}{9}\ \cdots\boxed{オカキ, ク}$$

(2) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$ より
$$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$$
$$=0^2-2\cdot(-4)=\underline{8}\ \cdots\boxed{ケ}$$
であり
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{ab+bc+ca}{abc}=\frac{-4}{-2}=\underline{2}\ \cdots\boxed{コ}$$
であるから，$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{2}{ab}+\frac{2}{bc}+\frac{2}{ca}$ より
$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2-\frac{2(a+b+c)}{abc}$$
$$=2^2-\frac{0}{-2}=\underline{4}\ \cdots\boxed{サ}$$
$$a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)+2abc$$
$$=(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a+b^2c+bc^2$$
$$=(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$$
$$=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$$
$$=(a+b)(b+c)(c+a)$$
$$=(-c)\cdot(-a)\cdot(-b)\quad(\because a+b+c=0\text{ より，}\ a+b=-c,\ b+c=-a,\ c+a=-b)$$
$$=-abc=\underline{2}\ \cdots\boxed{シ}$$

(1)　点 P は線分 AQ を 1 : 2 に内分する点であるから

$$x=\frac{2\cdot 1+1\cdot u}{1+2},\quad y=\frac{2\cdot 2+1\cdot v}{1+2}$$

$$\therefore u=\underline{3}\,x-\underline{2}\ \cdots\boxed{\text{ア, イ}}\quad ,\quad v=\underline{3}\,y-\underline{4}\ \cdots\boxed{\text{ウ, エ}}$$

点 Q が C 上を動くとき

$$v=u^2$$

であるから，これらより u， v を消去すると

$$3y-4=(3x-2)^2$$

よって，点 P の軌跡 D は放物線　$y=\underline{3}\,x^2-\underline{4}\,x+\underline{\dfrac{8}{3}}\ \cdots\boxed{\text{オ, カ, キ, ク}}$

(2)　点 A(1，2)を通り，傾きが m の直線 ℓ の方程式は

$$y-2=m(x-1)$$

$$\therefore y=mx-m+\underline{2}\ \cdots\boxed{\text{ケ}}$$

ℓ と C の共有点の x 座標は，それぞれの式より y を消去してできる 2 次方程式

$$x^2=mx-m+2$$

$$\therefore x^2-mx+m-2=0$$

の実数解であるから，その実数解を α， β とすると，解と係数の関係より

$$\alpha+\beta=m$$

であるから，中点 M の x 座標は

$$x=\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{1}{2}m$$

さらに，点 M は ℓ 上の点であるから

$$y=m\cdot\frac{1}{2}m-m+2=\frac{1}{2}m^2-m+2$$

$$\therefore \mathrm{M}\left(\frac{1}{\underline{2}}\,m,\ \frac{1}{\underline{2}}\,m^2-m+\underline{2}\right)\ \cdots\boxed{\text{コ, サ, シ, ス, セ}}$$

したがって，点 M の座標を$(x,\ y)$とすると

$$x=\frac{1}{2}m\quad\Leftrightarrow\quad m=2x,\quad y=\frac{1}{2}m^2-m+2$$

より， m を消去して

$$y=\frac{1}{2}\cdot(2x)^2-2x+2=2x^2-2x+2$$

であるから，点 M の軌跡 E は放物線　$y=\underline{2}\,x^2-\underline{2}\,x+\underline{2}\ \cdots\boxed{\text{ソ, タ, チ}}$

(1)　A 組のデータの

第 1 四分位数は，$\underline{4.0}$ …$\boxed{ア.イ}$　第 2 四分位数は，$\dfrac{5+6}{2}=\underline{5.5}$ …$\boxed{ウ.エ}$

さらに，第 3 四分位数は 9 であるから，四分位範囲は

$9-4=\underline{5.0}$ …$\boxed{オ.カ}$

(2)　B 組のデータの中央値は，$\underline{6.0}$ …$\boxed{キ.ク}$

また，第 1 四分位数は $\dfrac{4+5}{2}=4.5$，第 3 四分位数は $\dfrac{7+8}{2}=7.5$ であるから，四分位偏差は

$\dfrac{7.5-4.5}{2}=\underline{1.5}$ …$\boxed{ケ.コ}$

(3)　B 組のデータの平均値は

$(3+4+5+5+6+6+7+8+10)\div 9=\underline{6.00}$ …$\boxed{サ.シス}$

さらに，B 組のそれぞれの得点から 2 点ひいて，さらに 2 倍したデータの平均値は

$(6.00-2)\times 2=\underline{8.00}$ …$\boxed{セ.ソタ}$　※下参照

(4)　A 組のデータの平均値 $\overline{x}$ は

$\overline{x}=(2+3+4+5+5+6+6+9+10+10)\div 10=\underline{6.00}$ …$\boxed{チ.ツテ}$

であるから，分散は

$$\frac{(2-6)^2+(3-6)^2+(4-6)^2+(5-6)^2+(5-6)^2+(6-6)^2+(6-6)^2+(9-6)^2+(10-6)^2+(10-6)^2}{10}$$

$=\underline{7.20}$ …$\boxed{ト.ナニ}$

【別解】それぞれの値を 2 乗したデータの平均値 $\overline{x^2}$ は

$$\overline{x^2}=(2^2+3^2+4^2+5^2+5^2+6^2+6^2+9^2+10^2+10^2)\div 10=43.2$$

であるから，分散は　$\overline{x^2}-\left(\overline{x}\right)^2=43.2-6^2=7.20$

A 組のそれぞれの得点から 2 点ひいて，さらに 2 倍したデータの分散は

$7.2\times 2^2=\underline{28.8}$ …$\boxed{ヌネ.ノ}$

※　変量 x の平均値を $\overline{x}$，分散を S_x とおく

変量 x のそれぞれのデータを p 倍して，q だけ加えたデータの

平均値・・・ $p\overline{x}+q$，分散・・・ p^2S_x

$$y=\left(2\cos^2 2x-1\right)-4\cdot\frac{1+\cos 2x}{2}+2$$
$$=2\cos^2 2x-2\cos 2x-1$$
$$=\underline{2}\,t^2-\underline{2}\,t-\underline{1}\ \cdots\boxed{\text{ア,イ,ウ}}$$
$$=2\left(t-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$$

また，$0\leqq x<\pi$ より

$0\leqq 2x<2\pi$

$-1\leqq\cos 2x\leqq 1$

$\underline{-1}\leqq t\leqq\underline{1}\ \cdots\boxed{\text{エオ,カ}}$

よって，y は

$t=-1\quad\Leftrightarrow\quad\cos 2\theta=-1\quad\Leftrightarrow\quad 2\theta=\pi\quad\Leftrightarrow\theta=\frac{1}{\underline{2}}\pi\ \cdots\boxed{\text{キ,ク}}$

のとき，最大値 $2\cdot(-1)^2-2\cdot(-1)-1=\underline{3}\ \cdots\boxed{\text{ケ}}$

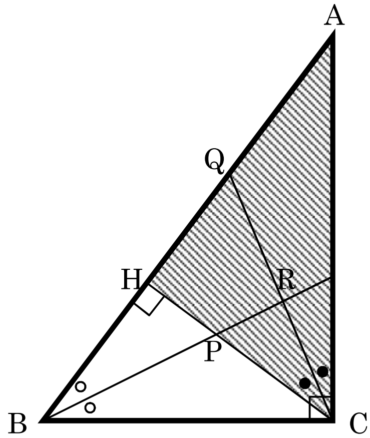
$t=\frac{1}{2}\quad\Leftrightarrow\quad\cos 2\theta=\frac{1}{2}\quad\Leftrightarrow\quad 2\theta=\frac{\pi}{3},\ \frac{5}{3}\pi\quad\Leftrightarrow\quad\theta=\frac{\pi}{\underline{6}},\ \frac{\underline{5}}{\underline{6}}\pi\ \cdots\boxed{\text{コ,サ,シ}}$

のとき，最小値 $\underline{\frac{-3}{2}}\ \cdots\boxed{\text{スセ,ソ}}$

をとる

(1)　角の二等分線の交点は，三角形の ①内心 …$\boxed{ア}$

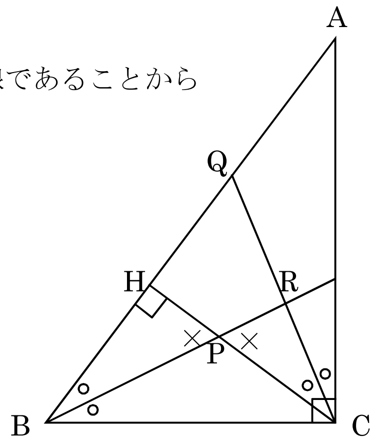
重心・・・中線の交点
外心・・・垂直二等分線の交点
垂心・・・各頂点から下ろした垂線の交点



(2)　$\angle ABC = 180° - (\angle ACB + \angle BAC)$
$= 90° - \angle BAC$　$(\because \angle ACB = 90°)$
$\angle ACH = 180° - (\angle AHC + \angle BAC)$
$= 90° - \angle BAC$　$(\because \angle AHC = 90°)$

より

$\angle ABC = \angle$ ①ACH …$\boxed{イ}$



さらに，BP，CQ はそれぞれ∠ABC，∠ACH の二等分線であることから

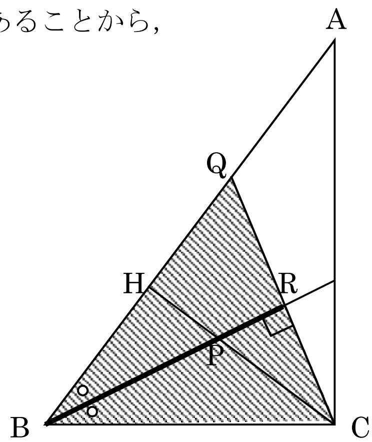
$\angle PBH = \angle PCR$

これと，$\angle BPH = \angle CPR$ であることから

$\triangle BPH \backsim \triangle$ ⑤CPR …$\boxed{ウ}$

よって

$\angle CRP = \angle BHP = 90°$ …$\boxed{エオ}$



ゆえに，BR は∠ABC の二等分線かつ線分 CQ の垂線であることから，
△BCQ は二等辺三角形となるので

$BQ = BC = 6$ …$\boxed{カ}$

$$a_{n+1}=3a_n+4 \quad \Leftrightarrow \quad a_{n+1}+2=3(a_n+2)$$

より，数列$\{a_n+2\}$は，初項$a_1+2=9$，公比３の等比数列であるから

$$a_n+2=9\cdot 3^{n-1}=3^{n+1}$$

$$\therefore a_n=\underline{3}^{\,n+1}-\underline{2} \quad \cdots \boxed{ア,イ}$$

さらに，$b_{n+1}-b_n=a_n$とすると，$n \geqq 2$のとき

$$b_n=b_1+\sum_{k=1}^{n-1}a_k$$

$$=0+\sum_{k=1}^{n-1}(3^{k+1}-2)$$

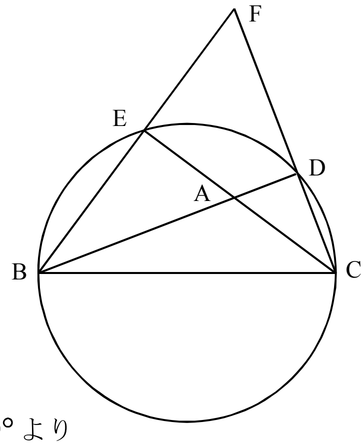
$$=\sum_{k=1}^{n-1}3^{k+1}-\sum_{k=1}^{n-1}2$$

$$=\frac{9(3^{n-1}-1)}{3-1}-2(n-1)$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 3^{n+1}-\frac{9}{2}-2n+2$$

$$=\frac{1}{\underline{2}}\cdot 3^{n+1}-\underline{2}\,n-\frac{5}{\underline{2}} \quad \cdots \boxed{ウ,エ,オ,カ,キ}$$

これは$n=1$のときも成り立つ



(1)　△ABC で余弦定理より

$$BC^2 = 10^2 + 6^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cos 120^\circ = 196$$

$$\therefore BC = 14$$

BC は円 O の直径なので，円 O の半径は $\underline{7}$ …$\boxed{ア}$

また

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \sin 120^\circ = \underline{15\sqrt{3}} \quad \cdots \boxed{イウ,\ エ}$$

(2)　$\angle BAE = 180^\circ - \angle BAC = \underline{60^\circ}$ …$\boxed{オカ}$であり，$\angle AEB = 90^\circ$ より

$$AE = \frac{1}{2}AB = \underline{5} \quad \cdots \boxed{キ} \qquad BE = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \underline{5\sqrt{3}} \quad \cdots \boxed{ク,\ ケ}$$

同様に，$AD = \dfrac{1}{2}AC = 3$ であるから，$BD = 10 + 3 = 13$ より

$$BF = \frac{2}{\sqrt{3}}BD = \underline{\frac{26\sqrt{3}}{3}} \quad \cdots \boxed{コサ,\ シ,\ ス}$$

であるから

$$EF = BF - BE = \frac{26\sqrt{3}}{3} - 5\sqrt{3} = \underline{\frac{11\sqrt{3}}{3}} \quad \cdots \boxed{セソ,\ タ,\ チ}$$

(3)　$FB = 2FD$，$FC = 2FE$ であるから，$\angle BFC = \theta$ とすると

$$S_1 : S_2 = \frac{1}{2} FE \times FD \sin\theta : \frac{1}{2} FB \times FC \sin\theta$$

$$= \frac{1}{2} FE \times FD \sin\theta : \frac{1}{2} \cdot 2FD \times 2FE \sin\theta$$

$$= 1 : 4$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \underline{\frac{1}{4}} \quad \cdots \boxed{ツ,\ テ}$$

$y^{\log_2 x}=4$ より

$$\log_2 x=\log_y 4$$

$$\log_2 x=\frac{\log_2 4}{\log_2 y}$$

$$\therefore \log_2 x\cdot\log_2 y=\underline{2}\quad\cdots\boxed{ア}\quad\cdots①$$

また

$$k=\log_2 xy^2$$
$$=\log_2 x+2\log_2 y$$
$$\therefore \log_2 x=k-\underline{2}\log_2 y\quad\cdots\boxed{イ}\quad\cdots②$$

①，②より $\log_2 x$ を消去すると

$$(k-2\log_2 y)\log_2 y=2$$

$$\underline{2}(\log_2 y)^2-k\log_2 y+\underline{2}=0\quad\cdots\boxed{ウ,エ}$$

$\log_2 y=t$ とすると

$$2t^2-kt+2=0\quad\cdots③$$

$\log_2 y$ はすべての実数値をとることから，t の２次方程式③は実数解をもつので，

判別式 $D\geqq 0$ より

$$D=k^2-16\geqq 0$$
$$(k+4)(k-4)\geqq 0$$
$$\therefore k\leqq\underline{-4}\quad\cdots\boxed{オカ}\quad,\quad \underline{4}\leqq k\quad\cdots\boxed{キ}$$

$k=\log_2 xy^2$ より

$$\log_2 xy^2\leqq -4,\quad 4\leqq \log_2 xy^2$$

$$\log_2 xy^2\leqq\log_2\frac{1}{16},\quad \log_2 16\leqq\log_2 xy^2$$

底 2＞0 であることと，$x>0$，$y>0$ であることから，求める範囲は

$$\underline{0}<xy^2\leqq\frac{1}{\underline{16}}\quad\cdots\boxed{ク,ケ,コサ}\quad,\quad \underline{16}\leqq xy^2\quad\cdots\boxed{シス}$$

1 から 50 までの整数に 3 の倍数の個数は

$$50 \div 3 = 16 \cdots 2$$

より，$\underline{16}$(個) $\cdots\boxed{\text{アイ}}$

3^2 の倍数は，3 の倍数のうち 3 番目に存在するので，その個数は

$$16 \div 3 = 5 \cdots 1$$

より，$\underline{5}$(個) $\cdots\boxed{\text{ウ}}$

$50 \div 9 = 5 \cdots 1$
でも求められます

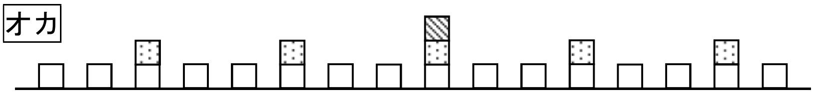
同様に考えて．3^3 の倍数の倍数は

$$5 \div 3 = 1 \cdots 2$$

より，$\underline{1}$(個) $\cdots\boxed{\text{エ}}$

よって，50 ! が 3 で割り切れる回数は

$$16 + 5 + 1 = \underline{22}\,(\text{回}) \cdots\boxed{\text{オカ}}$$



同様に，100 を 2 で割り切れる回数は

$$100 \div 2 = 50$$

$$50 \div 2 = 25$$

$$25 \div 2 = 12 \cdots 1$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$3 \div 2 = 1 \cdots 1$$

より

$$50 + 25 + 12 + 6 + 3 + 1 = \underline{97}\,(\text{回}) \cdots\boxed{\text{キク}}$$

100 を 5 で割り切れる回数は

$$100 \div 5 = 20$$

$$20 \div 5 = 4$$

より

$$20 + 4 = \underline{24}\,(\text{回}) \cdots\boxed{\text{ケコ}}$$

よって，100 ! を素因数分解すると

$$100\,! = 2^{97} \times 5^{24} \times p \quad (p \text{ は 10 の倍数でない自然数})$$

$$= (2 \times 5)^{24} \times q \quad (q \text{ は 10 の倍数でない自然数})$$

となることから，100! の末尾に連続して並ぶ 0 の個数は $\underline{24}$(個) $\cdots\boxed{\text{サシ}}$

(1)　$f'(x)=x^2+2(a+1)x+3a+7$

$f'(x)=0$ の判別式を D とすると，$f(x)$ が極値をもつには $D>0$ となればよいので

$$\frac{D}{4}=(a+1)^2-(3a+7)>0$$

$$a^2-a-6>0$$

$$(a+2)(a-3)>0$$

$$\therefore a<\underline{-2},\quad \underline{3}<a \quad \cdots \boxed{\text{アイ，ウ}}$$

(2)　$f(x)$ が $x=-1$ で極値をとるので，$f'(-1)=0$ より

$$f'(-1)=(-1)^2+2(a+1)\cdot(-1)+3a+7=0$$

$$\therefore a=\underline{-6} \quad \cdots \boxed{\text{エオ}}$$

このとき

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3-5x^2-11x+\frac{4}{3}$$

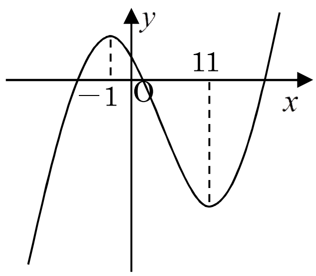
$$f'(x)=x^2-10x-11=(x+1)(x-11)$$

であることから，増減表を書くことにより，$x=-1$，11 で極値をもつことがわかる

さらに，$x=-1$ のとき ②極大値 $\cdots\boxed{\text{カ}}$ をとる

(3)　方程式 $f(x)-k=0 \Leftrightarrow f(x)=k$ の実数解の個数は，曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=k$ の共有点の個数と等しく，$y=f(x)$ のグラフは(2)より右のようになるので

$$f(\underline{11})<k<f(\underline{-1}) \quad \cdots \boxed{\text{キク，ケコ}}$$



(1)　1 回の取り出し方は 3 通りずつであるから，5 回の取り出し方は

$$3^5 = \underline{243} \quad \cdots \boxed{\text{アイウ}}\ （通り）$$

最大が 3 となるには，すべての取り出し方のうち，すべてが 1 または 2 である取り出し方を除いたときであるから，その取り出し方は

$$3^5 - 2^5 = 243 - 32 = \underline{211} \quad \cdots \boxed{\text{エオカ}}\ （通り）$$

(2)　5 回の数字の和が 6 となるような数字の組み合わせは

(1，1，1，1，2)

であるから，この 5 つの数の並べ方を考えて

$$\frac{5!}{4!} = \underline{5} \quad \cdots \boxed{\text{キ}}\ （通り）$$

5 回の数字の和が 9 となるような数字の組み合わせは

3 を 1 つも含まないとき，(1，2，2，2，2)

3 を 1 つだけ含むとき，(1，1，2，2，3)

3 を 2 つだけ含むとき，(1，1，1，3，3)

であるから，それぞれの 5 つの数の並べ方を考えて

$$\frac{5!}{4!} + \frac{5!}{2! \times 2!} + \frac{5!}{3! \times 2!} = 5 + 30 + 10 = \underline{45} \quad \cdots \boxed{\text{クケ}}\ （通り）$$

(3)　5 回の数字の積が 2 の倍数となるには，少なくとも 1 つが 2 であればよい，すなわち，全体からすべてが 1 または 3 である取り出し方を除いたときであるから，その取り出し方は

$$3^5 - 2^5 = 243 - 32 = \underline{211} \quad \cdots \boxed{\text{コサシ}}\ （通り）$$

5 回の数字の積が 6 の倍数となるには，

少なくとも 1 つが 2　かつ　少なくとも 1 つが 3

であればよく，この余事象は

$$\overline{\text{少なくとも1つが2　かつ　少なくとも1つが3}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{\text{少なくとも1つが2}}\ \text{または}\ \overline{\text{少なくとも1つが3}}$$

$\Leftrightarrow$すべてが 2 でない　または　すべてが 3 でない

となり，この場合の数は

(すべて 1 または 3)＋(すべて 1 または 2)－(すべて 1)＝$2^5 + 2^5 - 1^5 = 63$

よって，求める場合の数は

$$243 - 63 = \underline{180} \quad \cdots \boxed{\text{スセソ}}\ （通り）$$

※(2)のように１つずつ考えた方がラクです。

(1)　$\overrightarrow{BA}=(0,\ 1,\ -1)$，$\overrightarrow{BC}=(2,\ -1,\ 3)$より

$$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=0\cdot2+1\cdot(-1)+(-1)\cdot3=\underline{-4}\ \cdots\boxed{アイ}$$

さらに，$\left|\overrightarrow{BA}\right|^2=0^2+1^2+(-1)^2=2$，$\left|\overrightarrow{BC}\right|^2=2^2+(-1)^2+3^2=14$であるから

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\sqrt{\left|\overrightarrow{BA}\right|^2\left|\overrightarrow{BC}\right|^2-\left(\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{2\cdot14-(-4)^2}=\underline{\sqrt{3}}\ \cdots\boxed{ウ}$$

(2)
$$\overrightarrow{OM}=\frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}}{2}=\underline{(1,3,2)}\ \cdots\boxed{エ,オ,カ}$$

直線 BC 上の点を N とすると，$\overrightarrow{BN}=k\overrightarrow{BC}$より

$$\begin{aligned}\overrightarrow{ON}&=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BN}\\&=\overrightarrow{OB}+k\overrightarrow{BC}\\&=(0,\ 3,\ 1)+k(2,\ -1,\ 3)\\&=(\underline{2}\,k,\ \underline{3}-k,\ \underline{3}\,k+\underline{1})\ \cdots\boxed{キ,ク,ケ,コ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN}&=\overrightarrow{ON}-\overrightarrow{OM}\\&=(2k,\ 3-k,\ 3k+1)-(1,\ 3,\ 2)\\&=(2k-1,\ -k,\ 3k-1)\end{aligned}$$

さらに，$\overrightarrow{BC}\perp\overrightarrow{MN}$のとき，$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{MN}=0$であるから

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{MN}&=2(2k-1)+(-1)\cdot(-k)+3\cdot(3k-1)\\&=14k-5=0\end{aligned}$$

$$\therefore k=\frac{5}{\underline{14}}\ \cdots\boxed{サ,シス}$$