

①より

$$-3 < x - 2 < 3$$

$$\therefore \underline{-1} < x < \underline{5} \dots \boxed{\text{アイ, ウ}}$$

②より

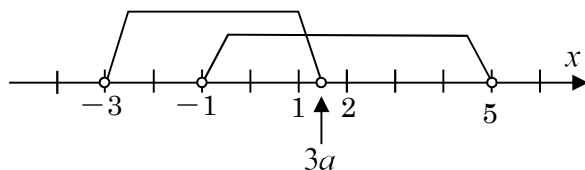
$$(x+3)(x-3a) < 0$$

$$\therefore \underline{-3} < x < \underline{3a} \dots \boxed{\text{エオ, カ}} \quad (\because a > 0)$$

よって、①、②をともに満たす整数がちょうど2個となるには、  
ともに満たす整数が0, 1であればよいので

$$1 < 3a \leq 2$$

$$\therefore \underline{\frac{1}{3}} < a \leq \underline{\frac{2}{3}} \dots \boxed{\text{キ, ク, サ, シ}} \quad \underline{0} \dots \boxed{\text{ケ}}, \quad \underline{2} \dots \boxed{\text{コ}}$$



$$(1) \quad x - 2y - 4 \leq 0 \Leftrightarrow y \geq \frac{1}{2}x - 2$$

$$x + 4y - 16 \leq 0 \Leftrightarrow y \leq -\frac{1}{4}x + 4$$

より、領域  $D$  は右図の斜線部(境界を含む)  
よって、領域  $D$  の面積は

$$\frac{1}{2}(2+4) \times 8 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = \underline{20} \dots \boxed{\text{アイ}}$$

$$(2) \quad x + y = k \text{ とすると}$$

$$y = -x + k \dots \textcircled{2}$$

②は傾き  $-1$ 、切片  $k$  の直線を通るので、図より  
 $x + y$  は  $x = 8$ ,  $y = 2$  のとき最大値  $8 + 2 = \underline{10} \dots \boxed{\text{ウエ}}$

$$(3) \quad x^2 + y^2 - 10x - 14y = k \dots \textcircled{1}$$

①を変形すると

$$(x - 5)^2 + (y - 7)^2 = k + 74 \dots \boxed{\text{オ,カ,キク}} \dots \textcircled{3}$$

中心  $(5, 7)$ 、半径  $r$  の円を  $C$  とする

直線  $l \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$  に垂直な直線の傾きは  $-2$  であるから、

円  $C$  の中心を通り傾き  $l$  に垂直な直線  $m$  は

$$y - 7 = -2(x - 5)$$

$$\therefore y = \underline{-2x + 17} \dots \boxed{\text{ケコ, サシ}}$$

円  $C$  が直線  $l$  と接するときの接点は、直線  $l$  と直線  $m$  の  
交点であるから、その座標は

$$\frac{1}{2}x - 2 = -2x + 17 \quad \therefore \left( \underline{\frac{38}{5}}, \underline{\frac{9}{5}} \right) \dots \boxed{\text{スセ, ソ, タ, チ}}$$

直線  $n : y = -\frac{1}{4}x + 4$  に垂直な直線の傾きは  $4$  であるから、

円  $C$  の中心を通り傾き  $n$  に垂直な直線は

$$y - 7 = 4(x - 5)$$

$$\therefore y = \underline{4x - 13}$$

円  $C$  が直線  $n$  と接するときの接点は、直線  $n$  とこの直線の  
交点であるから、その座標は

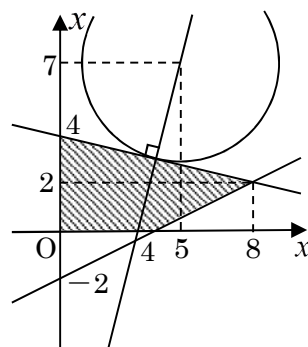
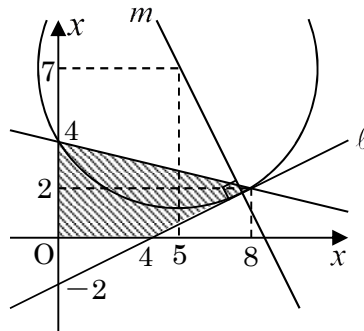
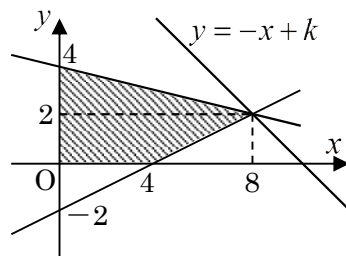
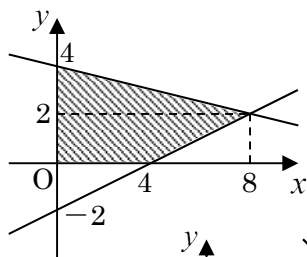
$$-\frac{1}{4}x + 4 = 4x - 13 \quad \therefore (\underline{4}, \underline{3}) \dots \boxed{\text{ツ, テ}}$$

③は2点  $(5, 7)$ ,  $(x, y)$  との距離が  $\sqrt{k + 74}$  であることを表すので

$k$  が最小  $\Leftrightarrow$  点  $(5, 7)$  との距離が最小

であり、点  $(4, 3)$  は領域  $D$  内に存在するので、求める最小値は

$$x = 4, y = 3 \text{ のとき, } 4^2 + 3^2 - 10 \cdot 4 - 14 \cdot 3 = \underline{-57} \dots \boxed{\text{トナニ}}$$



(1) A組のデータの

第1四分位数は、4.0 … **ア.イ** 第2四分位数は、 $\frac{5+6}{2} = \underline{5.5}$  … **ウ.エ**

さらに、第3四分位数は9であるから、四分位範囲は

$$9 - 4 = \underline{5.0} \dots \text{オ.カ}$$

(2) B組のデータの中央値は、6.0 … **キ.ク**

また、第1四分位数は $\frac{4+5}{2} = 4.5$ 、第3四分位数は $\frac{7+8}{2} = 7.5$ であるから、四分位偏差は

$$\frac{7.5 - 4.5}{2} = \underline{1.5} \dots \text{ケ.コ}$$

(3) B組のデータの平均値は

$$(3 + 4 + 5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 8 + 10) \div 9 = \underline{6.00} \dots \text{サ.シス}$$

さらに、B組のそれぞれの得点から2点ひいて、さらに2倍したデータの平均値は

$$(6.00 - 2) \times 2 = \underline{8.00} \dots \text{セ.ソタ} \quad \text{※下参照}$$

(4) A組のデータの平均値 $\bar{x}$ は

$$\bar{x} = (2 + 3 + 4 + 5 + 5 + 6 + 6 + 9 + 10 + 10) \div 10 = \underline{6.00} \dots \text{チ.ツテ}$$

であるから、分散は

$$\frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (4-6)^2 + (5-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (6-6)^2 + (9-6)^2 + (10-6)^2 + (10-6)^2}{10} = \underline{7.20} \dots \text{ト.ナニ}$$

【別解】それぞれの値を2乗したデータの平均値 $\overline{x^2}$ は

$$\overline{x^2} = (2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 5^2 + 6^2 + 6^2 + 9^2 + 10^2 + 10^2) \div 10 = 43.2$$

であるから、分散は  $\overline{x^2} - (\bar{x})^2 = 43.2 - 6^2 = 7.20$

A組のそれぞれの得点から2点ひいて、さらに2倍したデータの分散は

$$7.2 \times 2^2 = \underline{28.8} \dots \text{ヌ.ネ.ノ}$$

※ 変数 $x$ の平均値を $\bar{x}$ 、分散を $S_x$ とおく

変数 $x$ のそれぞれのデータを $p$ 倍して、 $q$ だけ加えたデータの

平均値 $\dots p\bar{x} + q$ 、分散 $\dots p^2 S_x$

$$\theta = \frac{\pi}{5} \text{ とすると}$$

$$5\theta = \pi$$

$$3\theta + 2\theta = \pi$$

$$\therefore 3\theta = \pi - 2\theta \cdots \boxed{\text{ア}}$$

であるから

$$\cos 3\theta = \cos(\pi - 2\theta) \cdots \textcircled{1}$$

ここで

$$\begin{aligned} \cos 3\theta &= \cos(2\theta + \theta) \\ &= \cos 2\theta \cos \theta - \sin 2\theta \sin \theta \\ &= (2\cos^2 \theta - 1)\cos \theta - 2\sin \theta \cos \theta \cdot \sin \theta \\ &= 2\cos^3 \theta - \cos \theta - 2\sin^2 \theta \cos \theta \\ &= 2\cos^3 \theta - \cos \theta - 2(1 - \cos^2 \theta)\cos \theta \\ &= 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta \end{aligned}$$

$$\therefore \cos 3\theta = 4t^3 - 3t \cdots \boxed{\text{イ,ウ}}$$

$$\cos(\pi - 2\theta) = -\cos 2\theta = -(2\cos^2 \theta - 1)$$

$$\therefore \cos(\pi - 2\theta) = 1 - 2t^2$$

であるから, ①を  $t$  で表すと

$$4t^3 - 3t = 1 - 2t^2$$

$$4t^3 + 2t^2 - 3t - 1 = 0 \cdots \boxed{\text{エ,オ,カ}}$$

$$(t+1)(4t^2 - 2t - 1) = 0 \cdots \textcircled{2}$$

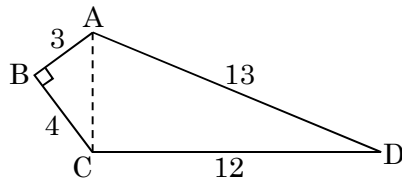
$$\therefore t = -1, \quad t = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

したがって,  $\cos \frac{\pi}{5}$  は②の解の1つであり,  $0 < \cos \frac{\pi}{5} < 1$  より

$$\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4} \cdots \boxed{\text{キ,ク,ケ}}$$

△ABCは直角三角形であるから

$$AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = \underline{5} \dots \boxed{\text{ア}}$$



よって、 $AC^2 + CD^2 = AD^2$  が成り立つので、 $\angle ACD = \underline{90^\circ} \dots \boxed{\text{イウ}}$

(1) ACは円Oの直径であるから、円Oの半径は

$$\frac{1}{2}AC = \frac{5}{2} \dots \boxed{\text{エ, オ}}$$

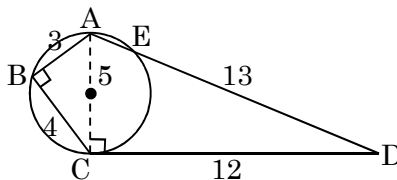
ACは円Oの中心を通り、かつ $AC \perp CD$ より、  
CDは円Oの接線となるので、方べきの定理より

$$DE \cdot DA = DC^2$$

$$13DE = 12^2$$

$$\therefore DE = \frac{144}{13}$$

$$\therefore AE = AD - DE = 13 - \frac{144}{13} = \frac{25}{13} \dots \boxed{\text{カキ, クケ}}$$



(2) △ABC, △ACDはともに直角三角形であるから

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = \frac{1}{2} r_1 (3 + 4 + 5) \quad \therefore r_1 = \underline{1} \dots \boxed{\text{コ}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = \frac{1}{2} r_2 (5 + 12 + 13) \quad \therefore r_2 = \underline{2} \dots \boxed{\text{サ}}$$

円 $I_1$ と辺AB, BC, CAとの接点をそれぞれF, G, H,

円 $I_2$ と辺CDとの接点をR, 直線PHとQRとの交点をSとする

$$PS = r_1 + r_2 = 3$$

四角形BGPFは正方形であるから、 $BG = 1$ より

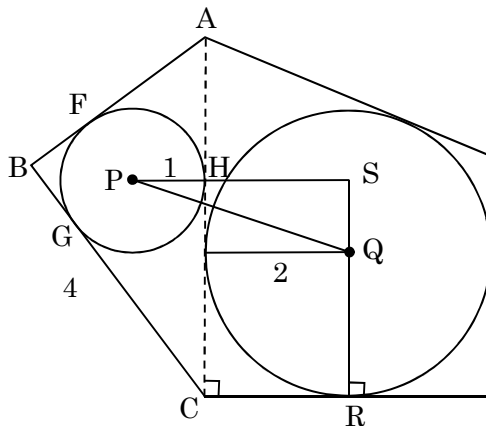
$$SR = CH = CG = 4 - 1 = 3$$

よって

$$SQ = SR - QR = 3 - 2 = 1$$

ゆえに、三平方の定理より

$$PQ = \sqrt{3^2 + 1^2} = \underline{\sqrt{10}} \dots \boxed{\text{シス}}$$



(1) 分母が  $k+1$  であるものをまとめて第  $k$  群とする

$$\frac{1}{2} \mid \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \mid \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4} \mid \frac{1}{5}, \dots$$

このとき、第  $k$  群には  $\frac{1}{k+1}$  から  $\frac{k}{k+1}$  までの  $k$  個の項が含まれる

$\frac{12}{17}$  は、第 16 群の 12 番目なので、 $\{a_n\}$  の初項から  $\frac{12}{17}$  までの項数は

$$(1+2+3+\dots+15)+12 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (1+15) + 12 = 132 \quad \therefore a_{132} \dots \boxed{\text{アイウ}}$$

また、 $\{a_n\}$  の初項から第  $k$  群の初項までの項数は

$$\{1+2+3+\dots+(k-1)\}+1 = \frac{1}{2} \cdot (k-1) \cdot \{(k-1)+1\} + 1 = \frac{1}{2} k(k-1) + 1$$

であるから、 $a_{99}$  が第  $k$  群に含まれるとすると

$$\frac{1}{2} k(k-1) + 1 \leq 99 < \frac{1}{2} (k+1)k + 1$$

$$k(k-1) \leq 196 < k(k+1)$$

$14 \cdot (14-1) = 182$ ,  $14 \cdot (14+1) = 210$  より、これを満たす整数は  $k = 14$

さらに、第 14 群の初項は

$$\frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 13 + 1 = 92$$

より、 $a_{92}$  であるから、 $a_{99}$  は第 14 群の 8 番目であるので、 $a_{99} = \frac{8}{15} \dots \boxed{\text{エ, オカ}}$

(2) 数列  $\{a_n\}$  の分母が  $m$  である項の和は

$$\frac{1}{m} + \frac{2}{m} + \dots + \frac{m-1}{m} = \frac{\frac{1}{2}(m-1)\{1+(m-1)\}}{m} = \frac{m-1}{2} \dots \boxed{\text{キク}}$$

よって、数列  $\{a_n\}$  の分母が  $m$  以下である項の和は

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^m \frac{k-1}{2} &= \sum_{k=1}^m \frac{k-1}{2} - \frac{1-1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m k - \sum_{k=1}^m \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m(m+1) - \frac{1}{2} m \\ &= \frac{m(m-1)}{4} \dots \boxed{\text{ケ, コ}} \end{aligned}$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \dots \boxed{\text{ア, イ, ウ}}$$

正弦定理より

$$\frac{BC}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = 2 \cdot \frac{27\sqrt{2}}{8}$$

$$\therefore BC = 2 \cdot \frac{27\sqrt{2}}{8} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 9 \dots \boxed{\text{エ}}$$

余弦定理より

$$9^2 = 5^2 + AC^2 - 2 \cdot 5 \cdot AC \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$3AC^2 + 10AC - 168 = 0$$

AC > 0 であるから、これを解いて、AC = 6 … オ

さらに

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 10\sqrt{2} \dots \boxed{\text{カキ, ク}}$$

四角形 ABDC は円に内接しているので

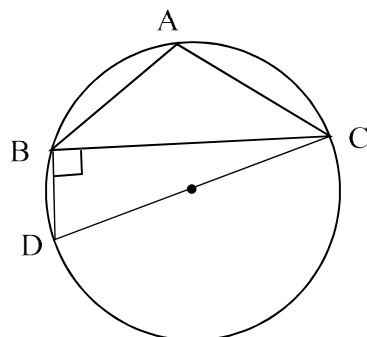
$$\cos \angle BDC = -\cos A = \frac{1}{3} \dots \boxed{\text{ケ, コ}}$$

△DBC は直角三角形で CD = 2R =  $\frac{27\sqrt{2}}{4}$  であるから

$$BD = CD \cos \angle BDC = \frac{27\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{9\sqrt{2}}{4} \dots \boxed{\text{サ, シ, ス}}$$

※ ∠A は鈍角であることに注意！

$$\left( \because \cos A = -\frac{1}{3} < 0 \right)$$



$$3 \cdot 27^{x-1} < 3^y \dots\dots \textcircled{1} \quad \text{より} \quad 3^{3x-2} < 3^y$$

$$\text{底} 3 > 1 \text{より} \quad y > \underline{3x-2} \dots \text{ア,イ}$$

②において、真数は正であるから

$$-2x+6 > 0, \quad x+2 > 0, \quad 2y > 0$$

$$\therefore \underline{-2} < x < \underline{3} \dots \text{ウエ,オ}, \quad y > \underline{0} \dots \text{カ}$$

であり

$$\log_4 2y = \frac{\log_2 2y}{\log_2 4} = \frac{\log_2 2 + \log_2 y}{2} = \frac{1}{2} \log_2 2y \dots \text{キ,ク}$$

$$\log_{\frac{1}{4}}(x+2) = \frac{\log_2(x+2)}{\log_2 \frac{1}{4}} = \frac{\log_2(x+2)}{-2} = -\frac{1}{2} \log_2(x+2) \dots \text{ケコ,サ}$$

より、②を変形すると

$$\frac{1}{2} \log_2(-2x+6) - \frac{1}{2} \log_2 2y > -\frac{1}{2} \log_2(x+2)$$

$$\log_2 2y < \log_2(x+2)(-2x+6)$$

$$\text{底} 2 > 1 \text{より} \quad 2y < (x+2)(-2x+6)$$

これと  $y > 0$  より

$$0 < y < \underline{-x^2 + x + 6} \dots \text{シ,ス}$$

これは  $-2 < x < 3$  を満たす

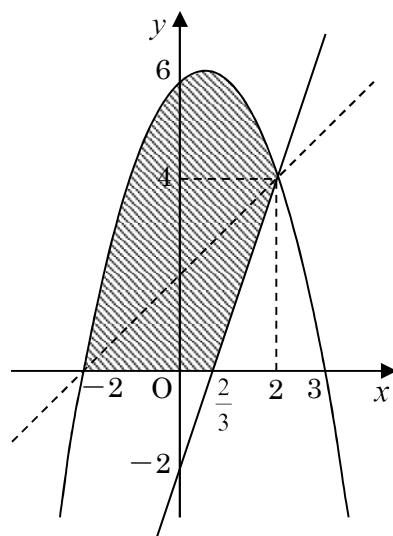
よって、領域  $D$  は右図のようになり、

2点  $(-2, 0)$ ,  $(2, 4)$  を通る直線は

$$y = \frac{4-0}{2-(-2)}(x+2) = x+2$$

であることから、求める面積は

$$\begin{aligned} & \int_{-2}^2 \{-x^2 + x + 6 - (x+2)\} dx + \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{2}{3} - (-2) \right\} \cdot 4 \\ &= \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx + \frac{16}{3} = -\frac{1}{6}(2+2)^3 + \frac{16}{3} = \underline{16} \dots \text{セソ} \end{aligned}$$





(1)  $m+n$  を 5 で割った余りが 1 であるから

$2m+2n$  を 5 で割った余りは  $1 \times 2 = 2 \dots$  ア

【丁寧にすると】

$$m+n=5k+1 \quad (k \text{ は整数})$$

と表せるので

$$2m+2n=2(5k+1)=5 \cdot 2k+2$$

より、 $2m+2n$  を 5 で割った余りは  $1 \times 2 = 2$

また

$$(m+3)(n+3)=mn+3(m+n)+9$$

より、 $(m+3)(n+3)$  を 5 で割った余りは

$$4+3 \cdot 1+9=16$$

を 5 で割った余りと等しいので、 $1 \dots$  イ

(2) (1)と同様に、 $m+n=5k+1$  ( $k$  は整数) とし、 $m$  を 5 で割った余りを  $b$  とすると

$$m=5a+b \quad (a, b \text{ は整数}, 0 \leq b \leq 4)$$

と表せるので

$$n=5k+1-m=5k-5a+1-b$$

であるから

$b=0$  のとき、 $n=5k-5a+1=5(k-a)+1$  より、 $n$  を 5 で割った余りは  $1 \dots$  ウ

$b=1$  のとき、 $n=5k-5a+1-1=5(k-a)$  より、 $n$  を 5 で割った余りは  $0 \dots$  エ

$b=2$  のとき、 $n=5k-5a+1-2=5(k-a-1)+4$  より、 $n$  を 5 で割った余りは  $4 \dots$  オ

$b=3$  のとき、 $n=5k-5a+1-3=5(k-a-1)+3$  より、 $n$  を 5 で割った余りは  $3 \dots$  カ

$b=4$  のとき、 $n=5k-5a+1-4=5(k-a-1)+2$  より、 $n$  を 5 で割った余りは  $2 \dots$  キ

$mn$  を 5 で割った余りは、( $m$  を 5 で割った余り)  $\times$  ( $n$  を 5 で割った余り) を 5 で割った余りと等しいので、上の結果より

$m$  を 5 で割った余りが  $3 \dots$  ク ,  $n$  を 5 で割った余りが  $3 \dots$  ケ のときのみである。

$$\frac{1}{2}x^2 = 2x + k \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2k = 0 \dots \textcircled{1}$$

$C$ と $D$ が接するとき、 $\textcircled{1}$ が重解をもてばよいので、 $\textcircled{1}$ の判別式 $D=0$ より

$$\frac{D}{4} = 4 + 2k = 0$$

$$\therefore k = -2 \dots \text{アイ}$$

$k > -2$ のとき、 $\textcircled{1}$ を解くと

$$x = 2 \pm \sqrt{4 + 2k}$$

であるから、 $\alpha = 2 - \sqrt{4 + 2k}$ 、 $\beta = 2 + \sqrt{4 + 2k}$ とすると

$$\begin{aligned} S &= \int_{\alpha}^{\beta} \left( 2x + k - \frac{1}{2}x^2 \right) dx \\ &= \int_{\alpha}^{\beta} \left\{ -\frac{1}{2}(x - \alpha)(x - \beta) \right\} dx \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \left\{ -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3 \right\} \\ &= \frac{1}{12} (2\sqrt{4 + 2k})^3 \\ &= \frac{2}{3} (\sqrt{4 + 2k})^3 \end{aligned}$$

(1)  $k = 6$ のとき

$$S = \frac{2}{3} (\sqrt{4 + 2 \cdot 6})^3 = \frac{2}{3} \cdot 4^3 = \frac{128}{3} \dots \text{ウエオ, カ}$$

(2)  $S = 18$ のとき

$$\frac{2}{3} (\sqrt{4 + 2k})^3 = 18$$

$$(\sqrt{4 + 2k})^3 = 27$$

$$\sqrt{4 + 2k} = 3$$

$$4 + 2k = 9$$

$$\therefore k = \frac{5}{2} \dots \text{キ, ク}$$

(1) 3 個とも同じ球となるには、3 個とも赤球または 3 個とも白球となればよいので

$$\frac{{}_3C_3}{{}_6C_3} + \frac{{}_3C_3}{{}_6C_3} = \frac{1}{10} \dots \boxed{\text{ア, イウ}}$$

(2) 点 P が (1, 5) にあるには、2 回の合計で赤球が 1 個、白球が 3 個であればよい  
すなわち、次の 2 つの場合である

[1] 1 回目が赤球 1 個と白球 2 個、2 回目が白球 3 個のとき

$$\frac{{}_3C_1 \times {}_3C_2}{{}_6C_3} \times \frac{{}_3C_3}{{}_6C_3} = \frac{9}{20} \times \frac{1}{20} = \frac{9}{400}$$

[2] 1 回目が白球 3 個、2 回目が赤球 1 個と白球 2 個のとき

$$\frac{{}_3C_3}{{}_6C_3} \times \frac{{}_3C_1 \times {}_3C_2}{{}_6C_3} = \frac{1}{20} \times \frac{9}{20} = \frac{9}{400}$$

よって、求める確率は

$$\frac{9}{400} + \frac{9}{400} = \frac{9}{200} \dots \boxed{\text{エ, オカキ}}$$

同様に、点 P が点 (3, 3) となるのは、1 回目の赤球の個数が 0, 1, 2, 3 のいずれかのときであるから求める確率は

$$\begin{aligned} & \frac{{}_3C_3}{{}_6C_3} \times \frac{{}_3C_3}{{}_6C_3} + \frac{{}_3C_1 \times {}_3C_2}{{}_6C_3} \times \frac{{}_3C_2 \times {}_3C_1}{{}_6C_3} + \frac{{}_3C_2 \times {}_3C_1}{{}_6C_3} \times \frac{{}_3C_1 \times {}_3C_2}{{}_6C_3} + \frac{{}_3C_3}{{}_6C_3} \times \frac{{}_3C_3}{{}_6C_3} \\ &= \frac{1}{20} \times \frac{1}{20} + \frac{9}{20} \times \frac{9}{20} + \frac{9}{20} \times \frac{9}{20} + \frac{1}{20} \times \frac{1}{20} \\ &= \frac{41}{100} \dots \boxed{\text{クケ, コサシ}} \end{aligned}$$

(1)  $\overrightarrow{AB} = (-3, 1, 5)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (-3, -3, 3)$  であるから

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{35} \cdots \boxed{\text{アイ}}$$

$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{3} \cdots \boxed{\text{ウ, エ}}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3 \cdot (-3) + 1 \cdot (-3) + 5 \cdot 3 = 21 \cdots \boxed{\text{オカ}}$$

であるから

$$\begin{aligned} \Delta ABC &= \frac{1}{2} \sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2 |\overrightarrow{AC}|^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(\sqrt{35})^2 (3\sqrt{3})^2 - 21^2} = 3\sqrt{14} \cdots \boxed{\text{キ, クケ}} \end{aligned}$$

(2)  $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AH}$

$$= \overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$$

$$= (4, -6, -2) + s(-3, 1, 5) + t(-3, -3, 3)$$

$$= (-3s - 3t + 4, s - 3t - 6, 5s + 3t - 2) \cdots \boxed{\text{コサ, シ, ス, セ, ソ, タ, チ, ツ}}$$

さらに, 直線  $OH \perp$  平面  $\alpha$  であるから

$\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$  より

$$\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB} = (-3s - 3t + 4) \cdot (-3) + (s - 3t - 6) \cdot 1 + (5s + 3t - 2) \cdot 5 = 0$$

$$\therefore 5s + 3t = 4 \cdots \textcircled{1}$$

$\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AC}$  より

$$\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AC} = (-3s - 3t + 4) \cdot (-3) + (s - 3t - 6) \cdot (-3) + (5s + 3t - 2) \cdot 3 = 0$$

$$\therefore 7s + 9t = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$s = \frac{3}{2} \cdots \boxed{\text{テ, ト}}, \quad t = \frac{-7}{6} \cdots \boxed{\text{ナニ, ヌ}}$$

したがって,  $\overrightarrow{OH} = (3, -1, 2)$  より,  $|\overrightarrow{OH}| = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$  であるから

$$\text{四面体 } OABC = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{14} \cdot \sqrt{14} = 14 \cdots \boxed{\text{ネノ}}$$