条件 p を満たす a，b は，「一方が偶数，もう一方が奇数」であるから

　　「$p \Rightarrow r$」は真

条件 r を満たす a，b は，「少なくとも一方が偶数」であるから

　　「$r \Rightarrow p$」は偽　（反例：$a=b=2$）

よって，p は r であるための十分条件 ② …$\boxed{ア}$

$\overline{r}$：ab は奇数である　より，条件 $\overline{r}$ を満たす a，b は，「ともに奇数」であり，

$\overline{q}$：a^2+b^2 は 4 の倍数でない　より

　　「$\overline{r} \Rightarrow \overline{q}$」は真

条件 $\overline{q}$ を満たす a，b は，「少なくとも一方が奇数」であるから

　　「$\overline{q} \Rightarrow \overline{r}$」は偽　（反例：$a=1$，$b=2$）

よって，$\overline{r}$ は $\overline{q}$ であるための十分条件 ② …$\boxed{イ}$

条件 q を満たす a，b は，「ともに偶数」より，条件（p または q）を満たす a，b は，「少なくとも一方が偶数」であるから

　　「(p または q)$=r$」

よって，(p または q)は r であるための　必要十分条件 ⓪　…$\boxed{ウ}$

点(−2，−1)を通り傾き m の直線 ℓ の方程式は

$$y-(-1)=m\{x-(-2)\}$$

$$\therefore y=mx+\underline{2}\,m-\underline{1}\quad\cdots\boxed{ア,イ}$$

(1)　円 C の中心は，線分 AB の中点 $\mathrm{M}\left(\dfrac{2+0}{2},\dfrac{0+4}{2}\right)$　$\therefore \mathrm{M}(1,\ 2)$

また，半径は $\mathrm{AM}=\sqrt{(1-2)^2+(2-0)^2}=\sqrt{5}$ であるから，円 C の方程式は

$$(x-\underline{1})^2+(y-\underline{2})^2=\underline{5}\quad\cdots\boxed{ウ,エ,オ}$$

円 C の中心(1，2)と直線 $\ell \Leftrightarrow mx-y+2m-1=0$ の距離を d とすると

$$d=\frac{|m-2+2m-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\frac{|3m-3|}{\sqrt{m^2+1}}$$

直線 ℓ が円 C と共有点を接するのは，$d=\sqrt{5}$ より

$$\frac{|3m-3|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{5}$$

$$|3m-3|=\sqrt{5}\sqrt{m^2+1}$$

$$(3m-3)^2=5(m^2+1)$$

$$2m^2-9m+2=0$$

$$\therefore m=\underline{\frac{9\pm\sqrt{65}}{4}}\quad\cdots\boxed{カ,キク,ケ}$$

(2)　直線 ℓ と直線 AB が交点をもたないのは，直線 ℓ と直線 AB が平行のときであり，

直線 AB の傾きは，$\dfrac{0-4}{2-0}=-2$ であるから

$$m=\underline{-2}\quad\cdots\boxed{コサ}$$

$m\neq-2$ のとき，直線 AB の方程式は $y=-2x+4$ より，直線 ℓ と直線 AB の交点の x 座標は

$$mx+2m-1=-2x+4$$

$$\therefore x=\underline{\frac{5-2m}{m+2}}\quad\cdots\boxed{シ,ス,セ}$$

直線 ℓ と線分 AB が交点をもつとき，これが $0\leqq x\leqq 2$ を満たせばよいので

$$0\leqq\frac{5-2m}{m+2}\leqq 2$$

(ⅰ)　$m+2>0\Leftrightarrow m>-2$ のとき

$$0\leqq 5-2m\leqq 2m+4$$

$$\therefore \frac{1}{4}\leqq m\leqq\frac{5}{2}$$

(ⅱ)　$m+2<0\Leftrightarrow m<-2$ のとき

$$0\geqq 5-2m\geqq 2m+4$$

これを満たす m は存在しない

(ⅰ)，(ⅱ)より，求める m の値の範囲は

$$\underline{\frac{1}{4}}\leqq m\leqq\underline{\frac{5}{2}}\quad\cdots\boxed{ソ,タ,チ,ツ}$$

(1)　最小値，最大値を比較することにより

A　①または④　　B　②または⑤　　C　⓪または③

であることがわかり，さらに

中央値を比較することにより，A の箱ひげ図は　① …ア

第 3 四分位数を比較することにより，B の箱ひげ図は　⑤ …イ

中央値を比較することにより，C の箱ひげ図は　⓪ …ウ

(2)

⓪　A の人数は 20 人であることと，A の中央値は 150 点であるから，170 点以下の生徒は 10 人以上いるため，正しくない

①　B の第 1 四分位数は 80 点であり，これは小さいほうから 10 番目と 11 番目の平均値であるから，小さいほうから 11 番目以降のデータは，80 点より大きい

同様に，B の第 3 四分位数は 160 点より，30 番目は 160 点より小さい

よって，80 点以上 160 点以下のデータは小さいほうから 11 番目から 30 番目の計 20 個であるから，正しい

②　①の考察より，小さいほうから 30 番目は，160 点以下であるから，正しくない

③　C の部員数は不明であるため，正しくない

④　中央値が 140 点であるから

データの個数が偶数個のとき，140 点以下はちょうど半分

データの個数が奇数個のとき，140 点以下は(データの個数)÷2 を切り上げた数

いずれの場合も，およそ半分は 140 点以下であるといえるので，ただしい

⑤　得点が大きいほうから 2 番目の部員の得点は，最大値より小さいため 240 点未満であることしかわからないため，正しくない

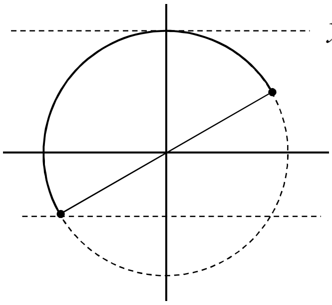
以上より，正しいものは①と④ …エ,オ

$$y = \sin 2x \cos\frac{\pi}{6} - \cos 2x \sin\frac{\pi}{6} + \cos 2x$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x + \cos 2x$$

$$= \underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sin 2x + \underline{\frac{1}{2}}\cos 2x \quad \cdots \boxed{ア,イ,ウ,エ}$$

$$= \sin\left(2x + \underline{\frac{1}{6}}\pi\right) \quad \cdots \boxed{オ,カ}$$



$0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ より

$$0 \leqq 2x \leqq \pi$$

$$\therefore \underline{\frac{1}{6}}\pi \leqq 2x + \frac{1}{6}\pi \leqq \underline{\frac{7}{6}}\pi \quad \cdots \boxed{キ,ク,ケ,コ}$$

よって，y は

$2x + \frac{1}{6}\pi = \frac{\pi}{2}$ すなわち $x = \underline{\frac{1}{6}}\pi$ $\cdots \boxed{サ,シ}$　のとき，最大値 $\underline{1}$ $\cdots \boxed{ス}$

$2x + \frac{1}{6}\pi = \frac{7}{6}\pi$ すなわち $x = \underline{\frac{1}{2}}\pi$ $\cdots \boxed{セ,ソ}$　のとき，最小値 $\underline{\frac{-1}{2}}$ $\cdots \boxed{タチ,ツ}$

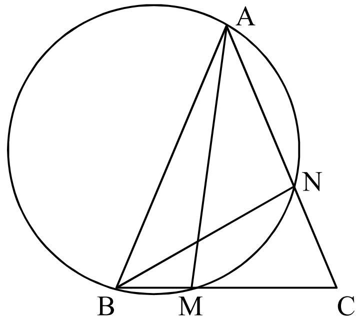
をとる

CM＝BC－BM＝4 であるから，方べきの定理より

CN×CA＝CM×CB

CN×8＝4×6

∴CN＝3　…$\boxed{ア}$



よって

$$\mathrm{AC}:\mathrm{BC}=8:6=4:3 \iff \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}}=\frac{4}{3} \quad \cdots\boxed{イ, ウ}$$

$$\mathrm{MC}:\mathrm{NC}=4:3 \iff \frac{\mathrm{MC}}{\mathrm{NC}}=\frac{4}{3} \quad \cdots\boxed{エ, オ}$$

より

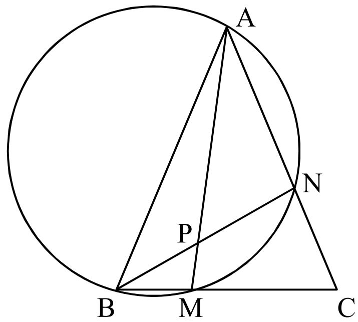
AC : BC＝MC : NC

であるから，△ACM∽△BCN より

$$\triangle\mathrm{ACM}:\triangle\mathrm{BCN}=4^2:3^2=16:9$$

$$\therefore \frac{\triangle\mathrm{ACM}\text{の面積}}{\triangle\mathrm{BCN}\text{の面積}}=\frac{16}{9} \quad \cdots\boxed{カキ, ク}$$

△BCN と直線 AM について，メネラウスの定理より



$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PN}}\cdot\frac{\mathrm{NA}}{\mathrm{AC}}\cdot\frac{\mathrm{CM}}{\mathrm{MB}}=1$$

$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PN}}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{2}=1$$

$$\therefore \frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{PN}}=\frac{4}{5} \quad \cdots\boxed{ケ, コ}$$

よって

$$\triangle\mathrm{ABP}=\frac{4}{9}\triangle\mathrm{ABN}=\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}\triangle\mathrm{ABC}=\frac{5}{18}\triangle\mathrm{ABC}$$

また

$$\triangle\mathrm{ABC}:\triangle\mathrm{MNC}=6\times8:4\times3=4:1$$

$$\therefore \triangle\mathrm{MNC}=\frac{1}{4}\triangle\mathrm{ABC}$$

したがって

$$\triangle\mathrm{ABP}:\triangle\mathrm{MNC}=\frac{5}{18}\triangle\mathrm{ABC}:\frac{1}{4}\triangle\mathrm{ABC}=10:9$$

$$\therefore \frac{\triangle\mathrm{ABP}\text{の面積}}{\triangle\mathrm{MNC}\text{の面積}}=\frac{10}{9} \quad \cdots\boxed{サシ, ス}$$

(1)　初項を a，公差を d とすると

$$a_n = a + (n-1)d$$

$a_5 = 136$ より　$a + 4d = 136$ ・・・①

$a_{12} = 115$ より　$a + 11d = 115$ ・・・②

①，②より

$$a = \underline{148} \cdots \boxed{アイウ},\quad d = \underline{-3} \cdots \boxed{エオ}$$

よって　$a_n = 148 + (n-1)\cdot(-3) = \underline{-3n + 151} \cdots \boxed{カキ,クケコ}$

$a_n > 0$ より

$$-3n + 151 > 0 \quad \therefore n < \frac{151}{3} (= 50.3\cdots)$$

よって，数列 $\{a_n\}$ は，初項から第 50 項までは正の数，それ以降は負の数であることが分かるので，S_n が最大となるのは　$n = \underline{50} \cdots \boxed{サシ}$

このとき

$$S_{50} = \frac{50}{2}(a_1 + a_{50}) = \frac{50}{2}(148+1) = \underline{3725} \cdots \boxed{スセソタ}$$

(2)　初項を b，公差を r とすると

$$b_n = br^{n-1}$$

$b_3 = 6\sqrt{3}$ より　$br^2 = 6\sqrt{3}$ ・・・③

$b_6 = 54$ より　$br^5 = 54$ ・・・④

③，④より，$b = 2\sqrt{3}$，$r = \sqrt{3}$ であるから

$$b_n = 2\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3})^{n-1} = \underline{2}\cdot\underline{(\sqrt{3})^n} \cdots \boxed{チ,ツ} \quad (① \cdots \boxed{テ})$$

さらに

$$\{b_n\} : 2\sqrt{3},\ 6,\ 6\sqrt{3},\ 18,\ 18\sqrt{3},\ 54, \cdots\cdots$$

となることから，$\{c_n\}$ は初項 6，公比 3 の等比数列となるので，その和は

$$\sum_{k=1}^{n} c_k = \frac{6(3^n - 1)}{3-1} = \underline{3}^{\,n+1} - \underline{3} \cdots \boxed{ト,ニ} \quad (② \cdots \boxed{ナ})$$

２次関数　$y=\frac{1}{2}x^2-2x-6$……①　のグラフを G とする

$$y=\frac{1}{2}(x-2)^2-8$$

より，G の頂点は，(2，−8)

(1)　$f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x-6$ とする

(ⅰ) $0<\frac{a}{2}<2$ つまり $0<a<\underline{4}$ …$\boxed{\text{ア}}$のとき

$$M=f(0)=\underline{-6}\ \cdots\boxed{\text{イウ}}$$

(ⅱ) $2\leqq\frac{a}{2}$ つまり $4\leqq a$ のとき

$$M=f(a)=\underline{\frac{a^2-4a-12}{2}}\ \cdots\boxed{\text{エ, オカ, キ}}$$

(2)　G のグラフを x 軸に関して対称移動したグラフ G_1 の頂点 P は，P(2，8)
G のグラフを原点に関して対称移動したグラフ G_2 の頂点 Q は，Q(−2，8)
よって，G_1 を x 軸方向に

$$-2-2=\underline{-4}\ \cdots\boxed{\text{クケ}}$$

だけ平行移動すると G_2 と一致する

[1]　$(\log_2 25+\log_4 5)(\log_5 4+\log_{25} 2)$

$$=\left(\log_2 5^2+\frac{\log_2 5}{\log_2 2^2}\right)\left(\frac{\log_2 2^2}{\log_2 5}+\frac{\log_2 2}{\log_2 5^2}\right)$$

$$=\left(2\log_2 5+\frac{1}{2}\log_2 5\right)\left(\frac{2}{\log_2 5}+\frac{1}{2\log_2 5}\right)$$

$$=\left(\frac{5}{2}\log_2 5\right)\left(\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{\log_2 5}\right)=\underline{\frac{25}{4}}\cdots\boxed{\text{アイ,ウ}}$$

$$9^{\log_3 2}=\left(3^2\right)^{\log_3 2}=\left(3^{\log_3 2}\right)^2=2^2=\underline{4}\cdots\boxed{\text{エ}}$$

■$a^x=y \Leftrightarrow x=\log_a y$　より　$a^{\log_a y}=y$

[2]　与式$\Leftrightarrow 9\cdot\left(3^x\right)^2\cdot+8\cdot 3^x-1=0$

$$(9\cdot 3^x-1)(3^x+1)=0$$

$3^x>0$ より

$$3^x=\frac{1}{9}=3^{-2}$$

$$x=\underline{-2}\cdots\boxed{\text{オカ}}$$

[3]　$(*)\begin{cases}2^x+2^y=9\cdots① \\ 2^{x+y+1}=40\cdots②\end{cases}$

$2^x=\alpha$，$2^y=\beta$ とおくと，①より，$\alpha+\beta=9$

②$\Leftrightarrow 2\cdot 2^x\cdot 2^y=40\Leftrightarrow 2^x\cdot 2^y=20$ より，$\alpha\beta=20$

よって，α，β を解にもつ２次方程式の１つは

$$t^2-\underline{9}\,t+\underline{20}=0\cdots\boxed{\text{キ,クケ}}$$

$$(t-4)(t-5)=0$$

$$\therefore t=4,\ 5$$

x が整数であることに気をつけると

$$2^x=4,\quad 2^y=5$$

$$x=2\cdots\boxed{\text{コ}},\quad y=\log_2 5\cdots\boxed{\text{サ}}$$

$13x-16y=1$ ・・・①

(1)　$16=13\cdot 1+3 \quad \Leftrightarrow \quad 3=16-13$ ・・・②

$13=3\cdot 4+1 \quad \Leftrightarrow \quad 1=13-3\cdot 4$ ・・・③

であるから，②を③に代入して

$1=13-(16-13)\cdot 4$

$=13-16\cdot 4+13\cdot 4$

$=13\cdot 5-16\cdot 4$

$\therefore 13\cdot 5-16\cdot 4=1$ ・・・④

①－④より

$13(x-5)-16(y-4)=0$

$13(x-5)=16(y-4)$

13 と 16 は互いに素であるから，整数 k を用いて

$x-5=16k$，$y-4=13k$

$\therefore x=16k+5$，$y=13k+4$

x，y は自然数であるから，$k \geqq 0$ より，x が最小のものは

$x=\underline{5}$ …$\boxed{ア}$　，$y=\underline{4}$ …$\boxed{イ}$

(2)　n は 13 で割った余りが 4 であるから　$n=13a+4$　(a は整数)

n は 16 で割った余りが 5 であるから　$n=16b+5$　(b は整数)

よって

$13a+4=16b+5$

$\therefore 13a-16b=1$

これは①を満たす整数解となるので

$a=16k+5$

より

$n=13(16k+5)+4=208k+69$

$n \leqq 2017$ より

$$208k+69 \leqq 2017 \quad \therefore k \leqq \frac{487}{52} \quad (=9.3\cdots)$$

よって，求める数は，$k=9$ のとき，$n=208\cdot 9+69=\underline{1941}$ …$\boxed{ウエオカ}$

(1)　C において，$y'=x-3$ より，点 $\mathrm{P}\left(a\ ,\ \dfrac{1}{2}a^2-3a\right)$ における接線 ℓ の方程式は

$$y-\left(\frac{1}{2}a^2-3a\right)=(a-3)(x-a)$$

$$\therefore\ y=(a-3)x-\frac{1}{2}a^2\quad\cdots\boxed{\text{ア, イ, ウ}}$$

さらに，点 Q における接線 m の傾きは

$$(a+4)-3=a+1$$

であるから，ℓ と m が直交するとき

$$(a-3)(a+1)=-1$$

$$\therefore\ a=1\pm\sqrt{3}\quad\cdots\boxed{\text{エ, オ}}$$

(2)　C と D の共有点の x 座標を求めると

$$\frac{1}{2}x^2-3x=-x^2+12$$

$$x^2-2x-8=0$$

$$(x+2)(x-4)=0$$

$$\therefore\ x=-2\ ,\ 4$$

よって，求める面積は

$$\int_{-2}^{4}\left\{-x^2+12-\left(\frac{1}{2}x^2-3x\right)\right\}dx=-\frac{3}{2}\int_{-2}^{4}(x+2)(x-4)dx$$

$$=-\frac{3}{2}\times\left(-\frac{1}{6}\right)(4+2)^3=54\quad\cdots\boxed{\text{カキ}}$$

すべての選び方は

$${}_{26}C_2 = \underline{325} \cdots \boxed{アイウ}\text{（通り）}$$

(1)　スペードとハートが 1 枚ずつになる選び方は

$${}_{13}C_1 \times {}_{13}C_1 = \underline{169} \cdots \boxed{エオカ}\text{（通り）}$$

(2)　トランプの数字の和が 3 になる数字の選び方は$(1, 2)$であり，それぞれの数字について

スペードとハートのどちらから選ぶか 2 通りずつあるので，求める場合の数は

$$2 \times 2 = \underline{4} \ \ldots \boxed{キ}\text{（通り）}$$

和が 6 になる選び方は$(1, 5)$，$(2, 4)$，$(3, 3)$あり，それぞれのマークの選び方は

$(1, 5)$，$(2, 4)$・・・和が 3 のときと同様に，$2 \times 2 = 4$

$(3, 3)$・・・・・・・・1 通り

よって，求める場合の数は

$$4 + 4 + 1 = \underline{9} \ \cdots \boxed{ク}\text{（通り）}$$

$\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+2\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ より

$$-\overrightarrow{AP}+3\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AP}\right)+2\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}\right)=\vec{0}$$

$$\therefore\ \overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\cdots\boxed{ア,イ,ウ,エ}$$

(1)　$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=4\cdot3\cdot\dfrac{3}{4}=\underline{9}\cdots\boxed{オ}$

$$\left|\overrightarrow{AP}\right|^2=\left|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right|^2$$

$$=\frac{1}{4}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}+\frac{1}{9}\left|\overrightarrow{AC}\right|^2$$

$$=4+3+1=8$$

$$\therefore\ \left|\overrightarrow{AP}\right|=\underline{2\sqrt{2}}\cdots\boxed{カ,キ}$$

(2)　$\overrightarrow{AP}=\dfrac{3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}}{6}=\dfrac{5}{6}\times\dfrac{3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}}{5}$

より

$$\underline{\overrightarrow{AQ}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}}\cdots\boxed{ク,ケ,コ,サ}$$

であり,これから

BQ：QC＝$\underline{2：3}$…$\boxed{シ,ス}$

さらに，$\overrightarrow{AP}=\dfrac{5}{6}\overrightarrow{AQ}$ であるから

AP：PQ＝$\underline{5：1}$…$\boxed{セ,ソ}$